

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
“ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
Математических методов исследования операций  
Азарнова Т.В.  
24.05.2019



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.11 Линейная алгебра**

**1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**

38.03.05 Бизнес-информатика

**2. Профиль подготовки/специализации:** Архитектура предприятий

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** математических методов исследования операций

**6. Составители программы:** Бондаренко Ю.В., д.т.н., доцент кафедры математических методов исследования операций

**7. Рекомендована:** НМС факультета Прикладной математики информатики и механики, протокол №9 от 24.05.2019.

**8. Учебный год:** 2019/2020

**Семестр(-ы):** 1

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

К основным целям курса относятся: изучение студентами теоретических и практических основ линейной алгебры, приобретение навыка решения практических задач и ознакомление с направлениями приложения аппарата линейной алгебры в современных научных и практических исследованиях в области экономики и управления.

### Задачи дисциплины:

освоение студентами понятий теории множеств и основных алгебраических систем;  
изучение теоретических основ и практических приложений матричной алгебры;  
обучение методам решения систем линейных уравнений;  
изучение элементов теории линейных пространств и линейных операторов;  
приобретение навыков самостоятельного решения и исследования задач экономической практики методами линейной алгебры.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина относится к обязательным дисциплинам вариативной части базового цикла (блок Б1). Для изучения курса необходимы базовые знания математики за школьный курс.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	способность к самоорганизации, самообразованию	<p>знать: основные разделы линейной алгебры, теоретические положения и практические методы решения задач, направления применения в практической деятельности бизнес-аналитика, информационные технологии решения задач линейной алгебры.</p> <p>уметь: применять инструмент линейной алгебры к самостоятельному доказательству математических фактов и решению задач экономической практики и бизнеса.</p> <p>владеть (иметь навык(и)): навыками самостоятельного анализа и оценки проблемной ситуации, разрешение которой требует применение линейной алгебры.</p>
ПК-18	способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.	<p>Знать: Знать основные разделы линейной алгебры, взаимосвязь линейной алгебры с другими математическими и экономическими дисциплинами, основные направления применения линейной алгебры в экономической сфере.</p> <p>уметь обобщать полученные знания по линейной алгебре, воспринимать математическую терминологию и оперировать ей, обобщать и анализировать полученную информацию, решать практические задачи, находить приложения линейной алгебры в экономической практике.</p> <p>владеть культурой мышления, необходимой для доказательства основных фактов и обобщения аппарата линейной алгебры, навыками применения основных результатов линейной алгебры к решению практических задач.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 5/180.

**Форма промежуточной аттестации**(зачет/экзамен) экзамен и зачет.

### 13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			№ 1	
Аудиторные занятия		84	84	
в том числе:	лекции	34	34	
	практические	50	50	
	лабораторные			
Самостоятельная работа		60	60	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – 36 час.)		36	36	
Итого:		180	180	

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Теория множеств. Алгебраические системы	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера –Венна.</li> <li>2. Свойства операций над множествами.</li> <li>3. Понятие декартова (прямого) произведения множеств. Бинарное отношение. Отношение эквивалентности.</li> <li>4. Отображения. Способы задания отображений. Понятие сюръективного, инъективного и биективного отображения. Обратное отображение</li> <li>5. Суперпозиция отображений. Степень отображения. Теорема об обратном к суперпозиции. Теорема об ассоциативности суперпозиции отображений.</li> <li>6. Алгебраические операции и алгебраические системы. Группа, кольцо, поле.</li> <li>7. Понятие комплексного числа. Поле комплексных чисел.</li> <li>8. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.</li> <li>9. Извлечение корней из комплексного числа.</li> </ol>
1.2	Матричная алгебра	<ol style="list-style-type: none"> <li>10. Основные сведения о матрицах. Виды матриц.</li> <li>11. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.</li> <li>12. Определители квадратных матриц. Теорема о величине определителя квадратной матрицы.</li> <li>13. Свойства определителя.</li> <li>14. Обратная матрица. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования обратной матрицы.</li> </ol>

		<p>15. Свойства обратных матриц.</p> <p>16. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.</p> <p>17. Линейные комбинации строк и столбцов матрицы. Теорема о линейной комбинации строк.</p> <p>18. Теорема о связи ранга матрицы с числом линейно независимых строк.</p>
1.3	Системы линейных уравнений	<p>19. Понятие системы линейных уравнений и ее решения.</p> <p>20. Метод обратной матрицы.</p> <p>21. Метод Крамера решения системы.</p> <p>22. Метод Гаусса решения систем.</p> <p>23. Теорема Кронекера-Капелли совместности системы уравнений.</p> <p>24. Однородные системы линейных уравнений. Свойства.</p> <p>25. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема о фундаментальных решениях однородной системы.</p> <p>26. Теорема об общем решении системы неоднородных линейных уравнений.</p>
1.4	Линейные пространства	<p>27. Понятие линейного пространства. Примеры. Следствия аксиом линейного пространства.</p> <p>28. Подпространство линейного пространства. Примеры.</p> <p>29. Линейная зависимость векторов. Теорема о линейной зависимости.</p> <p>30. Базис и размерность пространства.</p>
1.5	Линейные операторы	<p>31. Понятие линейного оператора. Примеры..</p> <p>32. Ядро и образ линейного оператора.</p> <p>33. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора.</p>
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Теория множеств. Алгебраические системы	<p>Множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Отношения. Отображения. Свойства отображений. Комплексные числа.</p>
2.2	Матричная алгебра	<p>Матрицы и операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Обратная матрица.</p>
2.3	Системы линейных уравнений	<p>Метод Крамера и метод обратной матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений специального вида. Решение однородных систем линейных уравнений.</p>
2.4.	Линейные пространства	<p>Понятие линейного пространства. Размерность линейного пространства. Базис.</p>
2.5	Линейные операторы	<p>Линейный оператор. Матрица оператора. Нахождение ядра и образа линейного оператора. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.</p>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Теория множеств. Алгебраические системы	8	10		12	30
2	Матричная алгебра	8	10		12	30

3	Системы линейных уравнений	6	10		12	28
4	Линейные пространства	6	10		12	28
5	Линейные операторы	6	10		12	28

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

(рекомендации обучающимся по освоению дисциплины: работа с конспектами лекций, презентационным материалом, выполнение курсовой работы, практических заданий, тестов, заданий текущей аттестации и т.д.)

Работа с конспектами лекций, презентациями, выполнение практических заданий для самостоятельной работы, выполнение домашних работ, использование рекомендованной литературы и методических материалов.

В рамках общего объема часов, отведенных для изучения дисциплины, предусматривается выполнение следующих видов самостоятельных работ студентов (СРС): изучение теоретического материала, выполнение домашних работ по темам, изученным на лекционных и практических занятиях.

##### Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретенные во время обучения в средней школе и ВУЗе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество. Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

##### Методические рекомендации по подготовке к зачету и экзамену

При подготовке к зачету следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Постников, М. М. Линейная алгебра : учебное пособие / М. М. Постников. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0890-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167777">https://e.lanbook.com/book/167777</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре : учебник / А. Г. Курош. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 556 с. — ISBN 978-5-8114-0617-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/104951">https://e.lanbook.com/book/104951</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие / Л. А. Кузнецов. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-0574-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/4549">https://e.lanbook.com/book/4549</a>
4	Бондаренко Ю.В. Линейная алгебра: матрицы, системы линейных уравнений: учебное пособие/ Ю.В. Бондаренко, К.В. Чудинова. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2018. – 49 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Курбатова, Г. И. Курс лекций по алгебре : учебное пособие / Г. И. Курбатова, В. Б. Филиппов. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-1905-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/65042">https://e.lanbook.com/book/65042</a> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Справочник по математике для бакалавров : учебное пособие / А. Ю. Вдовин, Н. Л. Воронцова, Л. А. Золкина, В. М. Мухина. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 80 с. — ISBN 978-5-8114-1596-0. —

	Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/51722">https://e.lanbook.com/book/51722</a>
--	---

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	Университетская библиотека on-line Режим доступа: <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
2.	ЭБС Лань. Режим доступа: <a href="http://www.e.lanbook.com">http://www.e.lanbook.com</a>
3.	Электронная библиотека ВГУ <a href="https://www.lib.vsu.ru/">https://www.lib.vsu.ru/</a>
4.	Линейная алгебра/ ВШЭ. – НПОО.- Режим доступа: <a href="https://openedu.ru/course/hse/LINAL/">https://openedu.ru/course/hse/LINAL/</a>
5.	Линейная алгебра и аналитическая геометрия / СПбПУ. – Coursera. – Режим доступа: <a href="https://www.coursera.org/learn/lineynaya-algebra">https://www.coursera.org/learn/lineynaya-algebra</a>

\* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Бондаренко Ю.В. Линейная алгебра: матрицы, системы линейных уравнений: учебное пособие/ Ю.В. Бондаренко, К.В. Чудинова. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2018. – 49 с.
2	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие / И. В. Проскуряков. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-4044-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/114701">https://e.lanbook.com/book/114701</a> - Режим доступа: для авториз. пользователей.

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет;
- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Программное обеспечение:

- ОС Windows 10,
- пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами и т.п. (MS Office, МойОфис, LibreOffice);
- Adobe Reader;
- специализированное ПО;
- интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox).

Минимальный комплект ПО для чтения лекций, проведения практических занятий и организации самостоятельной работы: Microsoft Windows 10 Home и MS Office Standard (МойОфис, LibreOffice), ПО Adobe Reader, любой интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox).

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)

Лекционная аудитория должна быть оснащена современным компьютером с подключенным к нему проектором, видеотерминалом и настенным экраном.

Мультимедиа-проектор BenQ;  
 Экран настенный для проектора;  
 Аудио колонки Creative A60;  
 Компьютерный класс с компьютерами;

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
<b>ОК-7</b> способность к самоорганизации, самообразованию	знать: основные разделы линейной алгебры, теоретические положения и практические методы решения задач, направления применения в практической деятельности бизнес-аналитика, информационные технологии решения задач линейной алгебры.	Теория множеств. Алгебраические системы. Матричная алгебра Системы линейных уравнений. Линейные пространства. Линейные операторы	Контрольная работа № 1, Контрольная работа № 2, Контрольная работа № 3, устный опрос, вопросы к экзамену
	уметь: применять инструмент линейной алгебры к самостоятельному доказательству математических фактов и решению задач экономической практики и бизнеса.	Теория множеств. Алгебраические системы. Системы линейных уравнений.	Контрольная работа № 1, Контрольная работа № 2, вопросы к экзамену
	владеть (иметь навык(и)): навыками самостоятельного анализа и оценки проблемной ситуации, разрешение которой требует применение линейной алгебры.	Матричная алгебра Системы линейных уравнений.	Контрольная работа № 2, устный опрос, вопросы к экзамену
<b>ПК-18</b> способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования	Знать: Знать основные разделы линейной алгебры, взаимосвязь линейной алгебры с другими математическими и экономическими дисциплинами, основные направления применения линейной алгебры в экономической сфере.	Теория множеств. Алгебраические системы. Матричная алгебра Системы линейных уравнений. Линейные пространства. Линейные операторы	Контрольная работа № 1, Контрольная работа № 2, Контрольная работа № 3, устный опрос, вопросы к экзамену
	уметь обобщать полученные знания по линейной алгебре, воспринимать математическую терминологию и оперировать ей, обобщать и анализировать полученную информацию, решать практические задачи, находить приложения линейной алгебры в экономической практике.	Теория множеств. Алгебраические системы. Матричная алгебра. Линейные пространства. Линейные операторы	Контрольная работа № 1, Контрольная работа № 2, Контрольная работа № 3, устный опрос, вопросы к экзамену

	владеть культурой мышления, необходимой для доказательства основных фактов и обобщения аппарата линейной алгебры, навыками применения основных результатов линейной алгебры к решению практических задач.	Матричная алгебра Системы линейных уравнений. Линейные пространства. Линейные операторы	Контрольная работа № 2, Контрольная работа № 3, устный опрос, вопросы к экзамену
<b>Промежуточная аттестация</b>			Вопросы к экзамену, Комплект КИМ

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

### 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине (зачет) осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Контрольная работа №1, Контрольная работа № 2, Контрольная работа № 3.

Промежуточная аттестация по дисциплине (экзамен) осуществляется с помощью вопросов к экзамену.

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели (ЗУНЫ из 19.1):

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- 4) умение применять навыки имитационного моделирования к решению научно-практических задач.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено  
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
Оценка по каждой контрольной работе не ниже «удовлетворительно»	<i>зачтено</i>
Невыполнение хотя бы одного критерия для оценки Зачтено	<i>незачтено</i>

### 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие множества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера –Венна.
2. Свойства операций над множествами.
3. Понятие декартова (прямого) произведения множеств. Бинарное отношение. Отношение эквивалентности.
4. Отображения. Способы задания отображений. Понятие сюръективного, инъективного и биективного отображения. Обратное отображение



5. Суперпозиция отображений. Степень отображения. Теорема об обратном к суперпозиции. Теорема об ассоциативности суперпозиции отображений.
6. Алгебраические операции и алгебраические системы. Группа, кольцо, поле.
7. Понятие комплексного числа. Поле комплексных чисел.
8. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.
9. Извлечение корней из комплексного числа.
10. Основные сведения о матрицах. Виды матриц.
11. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
12. Определители квадратных матриц. Теорема о величине определителя квадратной матрицы.
13. Свойства определителя.
14. Обратная матрица. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования обратной матрицы.
15. Свойства обратных матриц.
16. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
17. Линейные комбинации строк и столбцов матрицы. Теорема о линейной комбинации строк.
18. Теорема о связи ранга матрицы с числом линейно независимых строк.
19. Понятие системы линейных уравнений и ее решения.
20. Метод обратной матрицы.
21. Метод Крамера решения системы.
22. Метод Гаусса решения систем.
23. Теорема Кронекера-Капелли совместности системы уравнений.
24. Однородные системы линейных уравнений. Свойства.
25. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема о фундаментальных решениях однородной системы.
26. Теорема об общем решении системы неоднородных линейных уравнений.
27. Понятие линейного пространства. Примеры. Следствия аксиом линейного пространства.
28. Подпространство линейного пространства. Примеры.
29. Линейная зависимость векторов. Теорема о линейной зависимости.
30. Базис и размерность пространства.
31. Понятие линейного оператора. Примеры.
32. Ядро и образ линейного оператора.
33. Понятие собственного вектора и собственного значения линейного оператора.

### Примеры КИМ

#### Контрольно-измерительный материал №\_1\_

34. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Привести пример таких множеств  $A$ ,  $B$  и  $K$ , что  $A \subseteq B$ ,  $B \in K$ ,  $A \notin K$ .
35. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.  
Перевести в тригонометрическую форму число  $z = 1 - i$ . Найти  $z^5$ .
36. Приведите определение обратной матрицы. Каким условиям должна удовлетворять матрица для того, чтобы существовала обратная к ней?

Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Существует ли  $A^{-1}$ ? В случае положительного ответа найдите  $A^{-1}$ .

#### Контрольно-измерительный материал №\_2\_

1. Отображения. Классификация отображений (понятие сюръективного, инъективного и биективного отображения). Проверить, является ли отображение  $f: R \rightarrow R$ , действующее по правилу  $f(x) = x^2 + x + 1$ , биективным.

2. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.

Найти матрицу  $C = AB^t + 2E$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений.

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

Написать общее и одно частное решение.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания	Шкала оценок
даны правильные ответы на теоретические вопросы и правильно решены практические задания	<i>Отлично</i>
при общем верном ходе доказательства имеются ошибки при доказательствах теорем и (или) арифметические ошибки в задачах;	<i>Хорошо</i>
не приведены доказательства теорем при знании основных определений и умении решать практические задачи .	<i>Удовлетворительно</i>
Студент не знает основных определений и не владеет навыками решения практических задач.	<i>Неудовлетворительно</i>

В случае спорных оценок ставится оценка, наиболее близкая к средней оценке по контрольным работам.

### 19.3.2 Контрольные работы

#### Контрольная работа № 1 Вариант 1

##### Задание 1.

Доказать тождество:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

##### Задание 2.

Исследовать на сюръективность и инъективность функцию  $f: R \rightarrow R$ , где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \end{cases}.$$

### Задание 3.

Найти  $\frac{(1+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{50}}$ .

### Задание 4.

Найти  $\sqrt[4]{1}$ .

### Задание 5.

Теорема об ассоциативности суперпозиции отображений (без доказательства)

## Вариант 2

### Задание 1.

На множестве действительных чисел  $\mathbf{R}$  задано бинарное отношение  $\rho \subseteq \mathbf{R} \times \mathbf{R}$  такое, что  $(x, y) \in \rho$  тогда и только тогда, когда  $x - y$  - целое. Докажите, что  $\rho$  - отношение эквивалентности.

### Задание 2.

Исследовать на сюръективность и инъективность функцию  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , где  $f(x) = \lfloor x \rfloor$ .

### Задание 3.

Заданы отображения  $f: X \rightarrow X$ ,  $g: X \rightarrow X$ , где  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad g: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти } f \circ g^{-1}.$$

### Задание 4.

Найти  $\sqrt[3]{2-2i}$ .

### Задание 5.

Суперпозиция отображений. Степень отображения.

### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решены четыре задания; либо правильно решены три задания, а в четвертом и пятом путь решения обозначен, но решение не доведено до конца;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решены три задания.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено менее трех заданий.

## Контрольная работа № 2

### Вариант 1

**Задание 1.** Найти матрицу  $C^{-1}$ , обратную к матрице  $C = AB^t + 2E$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ ,

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задание 2.** Расположить матрицы в порядке убывания их рангов:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 5 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Задание 3.** По формулам Крамера решить систему:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1, \\ 5x_1 + x_3 = -1. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить систему методом Гаусса. Найти общее решение и одно частное.

$$\begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 22, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_4 = 11. \end{cases}$$

**Задание 5.** Операции над матрицами: сложение, умножение на число, произведение. Свойства операций.

### Вариант 2

**Задание 1.** Найти матрицу  $C^{-1}$ , обратную к матрице  $C = AB^t + 2E$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Задание 2.** Найти ранги матриц. Выяснить, какие матрицы имеют обратные:

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Задание 3.** По формулам Крамера решить систему:

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = -5. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение и фундаментальную систему решений однородной системы:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 8x_4 = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя (одно доказать).

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решены все задания;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решены четыре задания; либо правильно решены три задания, а в четвертом и пятом путь решения обозначен, но решение не доведено до конца;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решены три задания.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено менее трех заданий.

### Контрольная работа № 3

#### Вариант 1

**Задание 1.** Найти размерность и базис линейного подпространства  $M = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ . Определить тип поверхности (линии), которую определяет данное подпространство. Изобразить эту поверхность (линию).

**Задание 2.** Линейный оператор  $A: R^3 \rightarrow R^3$  переводит вектор  $x = (x_1, x_2, x_3)$  в вектор  $Ax = (x_1 + 3x_2 + x_3, -x_1 + x_2 + 2x_3, 8x_1 - 10x_3)$ . Построить матрицу оператора в стандартном базисе.

**Задание 3.** Выяснить вопрос о положительной определенности квадратичной формы с матрицей  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Выписать квадратичную форму.

#### Вариант 2

**Задание 1.** Найти размерность и базис линейного подпространства  $M = \{x = (x_1, x_2, x_3) : 2x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$ . Определить тип поверхности (линии), которую определяет данное подпространство. Изобразить эту поверхность (линию).

**Задание 2.** Линейный оператор  $A: R^3 \rightarrow R^3$  переводит вектор  $x = (x_1, x_2, x_3)$  в вектор  $Ax = (5x_1 + x_2 + x_3, -4x_1 + 2x_2 - x_3, 4x_1 - x_2 + x_3)$ . Построить матрицу оператора в стандартном базисе.

**Задание 3.** Выяснить вопрос о положительной определенности квадратичной формы с матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 4 & 20 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Выписать квадратичную форму.

#### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решены все задания;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решены два задания и предложен верный ход решения третьего задания при наличии вычислительной ошибки;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решены два задания.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено менее двух заданий.

**19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах): *устного опроса (индивидуальный опрос, фронтальная беседа, доклады); письменных работ (контрольные, эссе, сочинения, выполнение практико-ориентированных заданий, лабораторные работы и пр.)*. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний, позволяющие оценить степень сформированности умений и(или) навыков.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.